Determine el ancho de banda mínimo que debe tener el canal para transmitir la señal binaria sin distorsión.

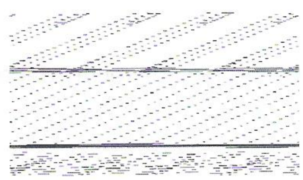
Primero hay que saber que DEP del código será:

$G = \frac{1}{t_b}|P(f)|^2$, como $p(t) = \mathrm{Sinc}^2\left(\frac{(t - kt_b)}{t_b}\right)$

Esto implica que P(f)es una funcion triangular entre [-W,W], con W = fb
Esto indica BW = fb

Problema 8

Encuentre y grafique con absoluta precisión la característica de compansión óptima requerida para la cuantificación no uniforme de una señal con la siguiente función de densidad de probabilidades.

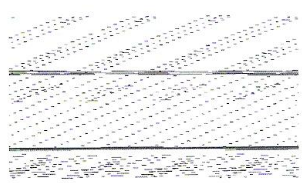


Respuesta al problema 8

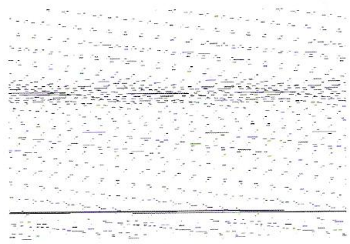
El valor que debe tomar $P_x(x)$ entre 2 y 4 debe ser tal que haga que el área total bajo la curva entre -4 y 4 sea igual a 1. Si ese valor se denomina *A*, se puede calcular de la siguiente manera:

$$2 \cdot (2 \cdot \mathrm{A}) + 2 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{6}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{A} = \frac{1}{12}$$

$P_x(x)$ queda definida de la siguiente manera:



Debido a las características de la función de densidad de probabilidad, la curva de compansión debe expandir los valores que toma *x* entre 0 y 2 y comprimir los valores de *x* entre 2 y 4. Por lo tanto una curva de compansión podría ser la indicada:



$$C_I = \left[\int_{-4}^{4} \frac{P_X(x)}{\left[C'(x)\right]^2} \cdot dx \right]^{-1} = \left[2 \cdot \left[\int_{0}^{2} \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{a^2} \cdot dx + \int_{2}^{4} \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{b^2} \cdot dx \right] \right]^{-1} = \left[\frac{2}{3 \cdot a^2} + \frac{1}{3 \cdot b^2} \right]^{-1}$$

Existe una dependencia entre *a* y *b*, ya que las dos rectas deben tener el mismo valor en x = 2.

$$a \cdot x \,\big|_{x=2} = b \cdot x - 4b + 4 \,\big|_{x=2}$$
$$2 \cdot a = 2b - 4b + 4$$
$$a = -b + 2$$

Sustituyendo en C_I

$$C_I = \left[\frac{2}{3 \cdot (-b+2)^2} + \frac{1}{3b^2} \right]^{-1}$$

Para que la potencia de ruido sea mínima, hay que encontrar el valor de *b* de manera que C_I sea máxima. Esto se realiza derivando la función e igualándola a cero.

$$\frac{\partial}{\partial b}[C_I] = \frac{\partial}{\partial b}\left[\left(\frac{2}{3\cdot(-b+2)^2} + \frac{1}{3b^2}\right)^{-1}\right] = \frac{18b^5 - 72b^4 + 144b^3 - 192b^2 + 96b}{9b^4 - 24b^3 + 40b^2 - 32b + 16}$$

$$\frac{\partial}{\partial b}[C_I] = 0 \quad \Rightarrow \quad 18b^5 - 72b^4 + 144b^3 - 192b^2 + 96b = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{b} = 0.885$$

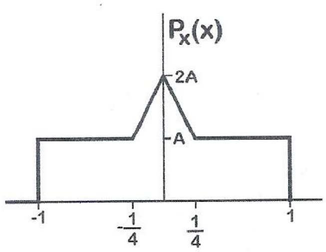
$$a = -b + 2 = -0.885 + 2 \qquad \Rightarrow \quad \mathrm{a} = 1.115$$

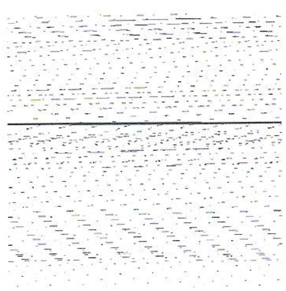
Con estos valores de *a* y *b* se obtiene el valor de C_I máximo.

$$C_{I_{\text{máx}}} = \left[\frac{2}{3a^2} + \frac{1}{3b^2}\right]^{-1} = \left[\frac{2}{3\cdot(1.11)^2} + \frac{1}{3\cdot(0.89)^2}\right]^{-1} = 1.04$$

Problema 9

Un mensaje x(t) tiene una función de densidad de probabilidad dada por $P_x(x)$ y se quiere comprimir, antes de ser cuantificado, utilizando un sistema con la función característica dada por C(x).





Usando como criterio el factor de perfeccionamiento de compansión C_I dado por: